# رياضيات

## الفصل الثاني

10

# النجاح

2025-2024

مذكرات النجاح

طريقك لنجاح

66279318

# لماذا ؟

## مذكرات النجاح

2025-2024

## اختبارات الكترونية لـــــكـــــل درس

1. شاملة ومختصرة
2. ملونة ومرتبة
3. اختبارات قصيرة
4. اختبارات نهائية
5. مرتبة حسب الدروس
6. محلولة

# فهرس المذكرة

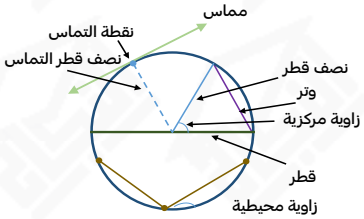

| هندسة الدائرة | |
|---|---|
| الدائرة ومماسها | ٥ |
| الأوتار والأقواس | ١٠ |
| الزوايا المركزية والزوايا المحيطية | ١٣ |
| الدائرة والاوتار المتقاطعة. المماس | ٢٠ |
| **تنظيم المصفوفات** | |
| تنظيم البيانات في مصفوفات | ٢٣ |
| جمع وطرح المصفوفات | ٢٧ |
| ضرب المصفوفات | ٣٠ |
| مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوسات) | ٣٥ |
| حل نظام من معادلتين خطيتين | ٣٨ |
| **حساب المثلثات** | |
| دائرة الوحدة في المستوي الاحداثي والدوال المثلثية | ٤١ |
| العلاقات بين الدوال المثلثية (١) | ٤٥ |
| العلاقات بين الدوال المثلثية (٢) | ٥٠ |
| **الهندسة التحليلية** | |
| المستوي الاحداثي | ٥٥ |
| تقسيم قطعة مستقيمة | ٥٦ |
| ميل الخط المستقيم | ٥٨ |
| معادلة الخط المستقيم | ٦٠ |
| البعد بين نقطة ومستقيم | ٦٥ |
| معادلة الدائرة | ٦٧ |
| **الإحصاء والاحتمال** | |
| الانحراف المعياري | ٧٣ |
| طرق العد | ٧٥ |
| الاحتمال المشروط | ٧٨ |
| نماذج امتحانات | ٨٣ |

# الدائرة ومماس الدائرة

اختبار الكتروني تدرب و تعلم

**تعريف**

الدائرة: مجموعة نقاط المستوي التي يكون بعد كل منها عن نقطة ثابتة (م) في المستوي بعداً ثابتا تسمى النقطة الثابتة مركز الدائرة ويسمى البعد الثابت طول نصف قطر الدائرة ويرمز له بالرمز (نق)



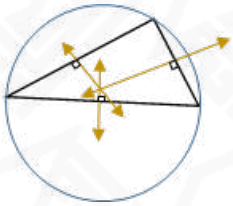

**تعريف**

المماس للدائرة: هو مستقيم في المستوى يتقاطع مع الدائرة في نقطة واحدة تسمى نقطة التماس

**تعريف**

الدائرة المحاطة بمثلث (الداخلية): هي دائرة مماسة لأضلاع المثلث الثلاثة من الداخل ومركز هذه الدائرة هي نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث

**تعريف**



الدائرة المحيطة لمثلث (الخارجية): هي دائرة تمر برؤوس المثلث الثلاثة ومركز هذه الدائرة هي نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث (نقطة تلاقي المنصفات العمودية لأضلاع المثلث)

## النظرية الأولى:

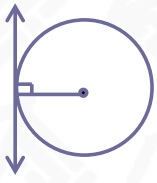
**كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة فقط.**

ومنها نستنتج ان:

١-من نقطة خارج مستقيم يوجد مستقيم وحيد يمر بهذه النقطة وعمودي على المستقيم المعلوم

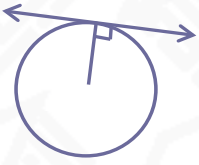
٢- أقصر بعد بين نقطة ومستقيم هو البعد العمودي

## النظرية الثانية:



**المماس عمودي على نصف قطر التماس**

## النظرية الثالثة:



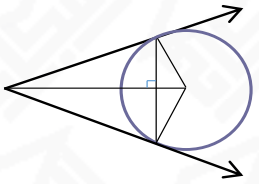
**المستقيم العمودي على نصف قطر دائرة عند نهايته التي تنتمي للدائرة يكون مماسا لهذه الدائرة عند هذه النقطة**



النجاح 2025-2024

**ملاحظة** المماس لدائرة يكون مماساً لنصف هذه الدائرة الذي يحوي نقطة التماس.

## النظرية الرابعة:



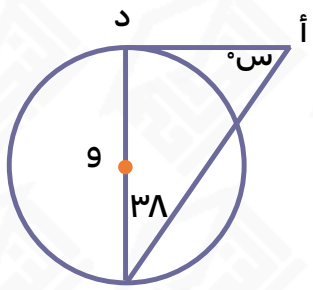
**القطعتان المماستان لدائرة والمرسومتان من نقطة خارجها متطابقان اب ≅ جـ ب**

**(ب و) منصف الزاوية أ ب جـ**

**(وب) منصف الزاوية أ و جـ**

**وب ⊥ أ جـ**

**١** في الشكل المقابل: أ د مماس للدائرة التي مركزها و أوجد قيمة س°




أ د ^ مماس للدائرة (معطى)

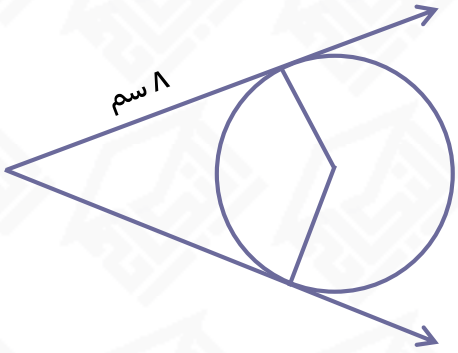
و د نصف قطر التماس

ق ( د ) = ٩٠° (نظرية)

في ^أ د ب : ق ( أ ^)= ١٨٠° – ( ٩٠° +٣٨° )

س = ٥٢° ( مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠° )

**٢** في الشكل المقابل (م ن) ،(م ل) مماسان للدائرة التي مركزها و أوجد قياس الزاوية (ن م ل) ، محيط الشكل ل م ن و




م ل مماس للدائرة ( معطى)

و ل نصف قطر التماس

ق (و ل م)^ = ٩٠° (نظرية)

م ن مماس للدائرة ( معطى)

و ن نصف قطر التماس

ق ( و ن م) = ٩٠ (نظرية)

في الشكل الرباعي م ل و ن : ق (م ^) =٣٦٠ – ( ٩٠ + ٩٠ + ١٢٠ )

س = ٦٠° ( مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي =٣٦٠°)

م ل = م ن = ٨ سم ( القطعتان المماستان لدائرة والمرسومتان من خارجها متطابقتان)

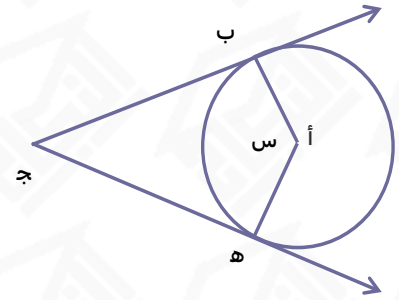
و ل = و ن = ٤ سم ( أنصاف أقطار الدائرة)

=٨+٨+٤+٤= ٢٤ سم محيط ل م ن و = ٢٤ سم



النجاح 2025-2024

## ٣ القطع المستقيمة تمس الدائرة , أ مركز الدائرة . اوجد قيمة س




جـ ب مماس للدائرة ( معطى) ، أ ب نصف قطر التماس

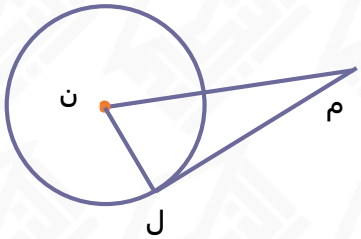
ق ( $\overset{\frown}{ب}$ ) = ٩٠° (نظرية) ، جـ هـ مماس للدائرة ( معطى)

م هـ نصف قطر التماس ، ق ($\overset{\frown}{هـ}$) = ٩٠° (نظرية)

في الشكل الرباعي أ ب جـ هـ : ق ($\overset{\frown}{أ}$) =٣٦٠ - ( ٩٠ + ٩٠ + ٦٠ )

س = ١٢٠° ( مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي =٣٦٠° )

## ٤ في الشكل المقابل اذا كان ن ل = ٤ , ل م = ٧ , ن م =٨ , فهل ($\overleftrightarrow{م ل}$) مماس للدائرة ؟ فسر



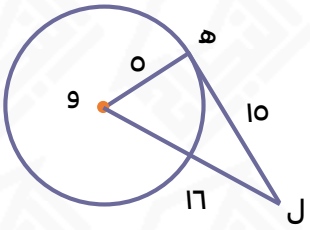

(ن ل)$^{٢}$ +(ل م)$^{٢}$ = (٤)$^{٢}$ +(٧)$^{٢}$ = ٦٥

(ن م)$^{٢}$ = (٨)$^{٢}$ = ٦٤

(ن ل)$^{٢}$ +(ل م)$^{٢}$ ≠ (ن م)$^{٢}$

ق ($\overset{\frown}{ن ل م}$) ≠ ٩٠° ل م ليس مماس للدائرة.

## ٥ في الشكل المقابل حدد ما إذا المستقيم مماساً للدائرة التي مركزها و.




(هـ و)$^{٢}$ + (هـ ل)$^{٢}$ =٢٥ + (١٥)$^{٢}$

=٢٥ + ٢٢٥ = ٢٥٠

(ل و )$^{٢}$ = (١٦)$^{٢}$= ٢٥٦

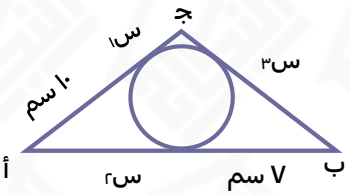
(هـ و)$^{٢}$ + (هـ ل)$^{٢}$ ≠ (ل و )$^{٢}$

Δ$\hat{}$ ل هـ و غير قائم الزاوية هـ ل ليس مماساً للدائرة



النجاح 2025-2024

## ٦ في الشكل المقابل اذا كان محيط المثلث أ ب جـ = ٥٠ سم , فأوجد طول (ب جـ)




أ س١ = أ س٢ = ١٠ سم (نظرية)

ب س٢ = ب س٣ = ٧ سم (نظرية)

جـ س١ = جـ س٣ = م سم (نظرية)

محيط المثلث أ ب جـ = ٥٠ سم

∴ أ ب + ب جـ + أ جـ = ٥٠

١٠ + ٧ + ٧ + م + م = ٥٠

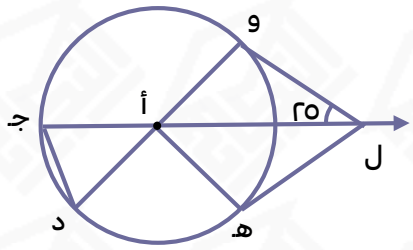
٣٤ + ٢ م = ٥٠

٢ م = ٥٠ − ٣٤

٢ م = ١٦

م = ٨ ∴ ب جـ = ٨ + ٧ = ١٥ سم

## ٧ في الشكل المقابل اوجد ق (جـ د أ)، ق(د أ هـ) اذا كانت ل و،ل هـ تمسان الدائرة حيث وقطر دائرة.




ل و مماس للدائرة أ و نصف قطر التماس

ق (و) = ٩٠°

ق(ل أ و) = ١٨٠ − (٩٠ + ٢٥) = ٦٥° ( نظرية)

ق (هـ أ ل) = ق (و أ ل) = ٦٥° ( مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠° )

ق (د أ جـ) = ق (ل أ و) = ٦٥° (نتيجة)

في Δ أ د جـ : أ د = أ جـ ( بالتقابل بالراس )

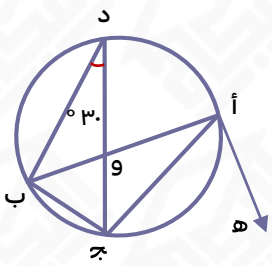
ق (جـ د أ) = ق (د جـ أ) ( انصاف اقطار الدائرة متطابقة )

ق (جـ د أ) = (١٨٠-٦٥)/٢ = ٥٧,٥ ( من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

ق (د أ هـ) = ١٨٠ − (٦٥ + ٦٥) ( مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

= ١٨٠ - ١٣٠ = ٥٠° (بالتجاور على خط مستقيم )

## ٨ في الشكل المقابل: دائرة مركزها و ، $\overline{أب}$ قطر فيها ، $\overline{(أ هـ)}$ مماس للدائرة عند أ ، ق $(\overset{\frown}{ب د جـ})$ = ٣٠°
أوجد : ق$(\overset{\frown}{أ جـ ب})$ ، ق$(\overset{\frown}{أ ب جـ})$ ، ق$(\overset{\frown}{جـ أ هـ})$




∴ $\overline{(أب)}$ قطر في الدائرة ، الزاوية $(\overset{\frown}{أ جـ ب})$ هي زاوية محيطية مرسومة على قطر الدائرة

∴ ق $(\overset{\frown}{أ جـ ب})$ = ٩٠° ∴ ق $(\overset{\frown}{جـ د ب})$ = ٣٠°

∴ ق $(\overset{\frown}{ب أ جـ})$ = ٣٠° زاويتان محيطيتان لهما نفس القوس

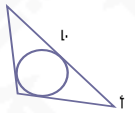
∴ ق $(\overset{\frown}{أ ب جـ})$ = ٦٠° مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه

∴ ق $(\overset{\frown}{جـ أ هـ})$ = ق $(\overset{\frown}{أ ب جـ})$ = ٦٠°

## ٩ أختر الإجابة الصحيحة:

**١ في الشكل المقابل محيط المثلث أ ب جـ = :**




أ) ٤٣ ب) ٦٦ ج) ٥٦ د) ٧٠

**٢ في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، و ب = ٦ سم ، أ جـ = ١٦ سم فإن طول نصف القطر هو :**

أ) ٤ سم ب) ٥ سم ج) ١٠ سم د) ٨ سم

**٣ في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، ء منتصف $(\overline{أب})$ ، ب أ = ٦ سم وء = ٤ سم**
**طول نصف قطر الدائرة يساوي**

أ) ١٠ سم ب) ٥ سم ج) ٦ سم د) ٤ سم

**٤ في الشكل المقابل : ب أ قطر في الدائرة التي مركزها و ، ق$(\overset{\frown}{أ م ب})$ يساوي:**

أ) ٤٥° ب) ١٨٠° ج) ٩٠° د) ٦٠°

# الأوتار والأقواس

اختبار الكتروني تدرب و تعلم

**تعريف**

الوتر: هو قطعة مستقيمة ينتمي طرفاها للدائرة

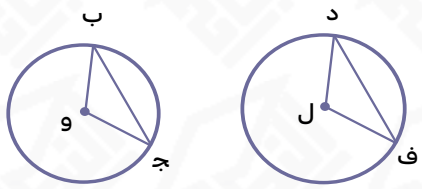
## النظرية الأولى:

**في الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة : ١- للزوايا المركزية المتطابقة أوترا متطابقة**

**٢- الأوتار المتطابقة تقابل أقواسا متطابقة.**

**٣- للأقواس المتطابقة زوايا مركزية متطابق**

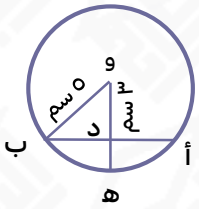
**١** في الرسمة , اذا كان (ف د) ≅ (ج ب) فماذا تستنتج؟




∴ ∠ ب جـ ≅ ∠ د ف

ب جـ ≅ د ف ⇐ (و) ≅ (ل)

**٢** في الشكل المقابل , حيث ق (أ ب و) = ٥٣ اوجد: أب ق (ب ه)




△ و د ب قائم الزاوية في د

ب د ٢ = (٥)٢ - (٣)٢ ( نظرية فيثاغورث)

ب د = ٤

(و د) ⊥ (أ ب)

أ د = ب د = ٤ سم

ا ب = ٢ × أ د = ٢ × ٤ = ٨ سم (مجموع قياسات زوايا المثلث الثلاث = ١٨٠°)

ق (ب و د) = ١٨٠ - ( ٩٠ - ٥٣ ) = ٣٧°

(ب و ه) مركزية مرسومة على القوس ب ه

قياس القوس ( ب ه ) = ق (ه و ب) = ٣٧°



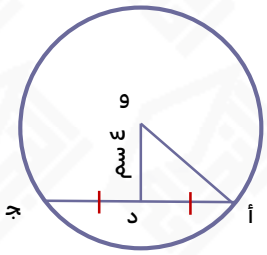
النجاح 2025-2024

## النظرية الثانية:

**١-الأوتار المتطابقة في الدائرة على أبعاد متساوية من مركز الدائرة**

**٢- الأوتار التي على أبعاد متساوية من مركز دائرة تكون متطابقة**

**٣** في الشكل المقابل دائرة مركزها و فيها نق = ٥ سم ، و د = ٤ سم , د منتصف $\overline{أ جـ}$
اوجد بذكر السبب طول $\overline{أ جـ}$




و $\overline{أ}$ ⊥ نصف قطر أ جـ وتر

د منتصف أ جـ

$\overline{جـ أ}$ ⊥ $\overline{(د و)}$

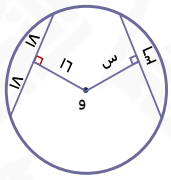
△ أ و د قائم الزاوية في د

(أ د )$^{٢}$ = ( أ و)$^{٢}$ – (و د )$^{٢}$

= (٥)$^{٢}$ – (٤)$^{٢}$ =٢٥ -١٦ = ٩

أ د = ٣ سم ، أ جـ = ٦ سم

**٤** دائرة مركزها و . اوجد قيمة س في الشكل المقابل، وفسر اجابتك.




الوتر = ٣٦

البعد س = ١٦ (الأوتار المتطابقة في الدائرة على أبعاد متساوية من مركز الدائرة)

## النظرية الثالثة:

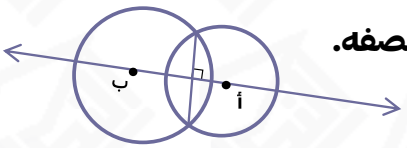
**١- القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه وينصف كال من قوسيه.**

**٢- القطر الذي ينصف وترا (ليس قطرا) في دائرة يكون عموديا على الوتر**

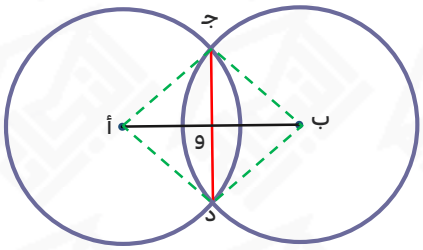
**٣- العمود المنصف لوتر في دائرة يمر بمركز الدائرة.**

**ومنها نستنتج ان:**

**خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديا على الوتر المشترك بينهما وينصفه.**



## ٤ اذا كان جـ د = ١٤ سم , نق = ١٣ سم , فأوجد طول $\overline{أ ب}$




$\overline{أ ب} \perp \overline{ج د}$ (خط المركزين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه)

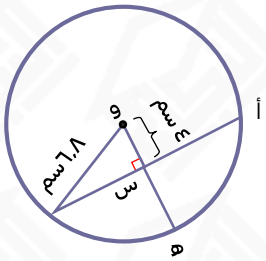
$\overline{ب و} \perp \overline{ج د}$

د و = و جـ = ٧ سم , جـ د = ٧ سم وبالمثل أ و = ١٠,٩٥ سم

في جـ ب و والقائم في و : $(ب و)^{٢} = (١٣)^{٢} - (٧)^{٢} = ١٢٠$

ب و = ١٠,٩٥ سم ⟸ أب = ٢ × ١٠,٩٥ = ٢١,٩ سم

## ٥ استخدم الشكل المقابل لإيجاد:




◄ طول الوتر $\overline{أ ب}$

$\overline{و س} \perp \overline{أ ب}$

أ س = س ب

$(س ب)^{٢} = (و ب)^{٢} - (و س)^{٢}$

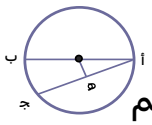
$(س ب)^{٢} = (٦,٨)^{٢} - (٤)^{٢} = ٣٠,٢٤$

∴ س ب = ٥,٥ ، أ س = ٥,٥ سم طول أ ب = ٥,٥ + ٥,٥ = ١١ سم

◄ المسافة من منتصف الوتر الى منتصف القوس الأصغر $\overset{\frown}{أ ب}$

وهـ = و ب = نق = ٦,٨ سم س هـ = ٦,٨ - ٤ = ٢,٨ سم

## ٦ ظلل أ اذا كانت العبارة صحيحة وظلل ب اذا كانت العبارة خاطئة:

| العبارة | أ | ب |
|---|---|---|
| في الشكل المقابل:   إذا كان طول قطر دائرة = ١٠ سم , أ جـ = ٨ سم فإن هـ و = ٣ سم | | |
| القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه وينصف كلاً من قوسيه | | |

# الزوايا المركزية والزوايا المحيطية

اختبار الكتروني تدرب و تعلم

**تعريف**

الزاوية المركزية: الزاوية التي رأسها مركز الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة.

**تعريف**

الزاوية المحيطية: الزاوية التي رأسها احدى نقاط الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة

## النظرية الأولى:

**قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المحصور بين ضلعيها.**

**وبالتالي « قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس نفسه.»**

**١** اذا كان قياس زاوية مركزية ٣٥° , فأوجد قياس القوس على الدائرة المحصور بين ضلعيها

قياس الزاوية المركزية = ٣٥°

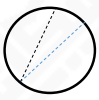
قياس القوس المحصور بين ضلعيها = ٣٥°

## النظرية الثانية:

**قياس الزاوية المحيطية في الدائرة يساوى نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها**

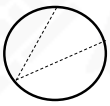
**يوجد ٣ حالات يجب ان تاخذهم في الاعتبار:**

**الحالة الاولى**



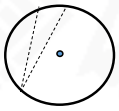
**ينتمى مركز الدائرة الى احد اضلاع الزاوية المحيطية**

**الحالة الثانية**



**مركز الدائرة داخل الزاوية المحيطية**

**الحالة الثالثة**



**مركز الدائرة خارج الزاوية المحيطية**

**٢** في الشكل Δ أ ب جـ متطابق الضلعين حيث أ،ب،جـ نقاط على الدائرة التي مركزها و ,
أ ب = ١٤٠° ب جـ = ٨٠° أ ج ١٤٠°، اذا كان جـ هـ منصف الزاوية الداخلية أ جـ ب ويقطع الدائرة في النقطة هـ ما قياس القوس الأصغر (هـ أ) ؟

ق (أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (أ ب) = ٧٠°

ق (أ جـ هـ) = $\frac{1}{2}$ ق (أ جـ ب) = ٣٥°

ق (أ هـ) الأصغر = ٢ × ٣٥ = ٧٠°



النجاح 2025-2024

**٣** اذا كان قياس زاوية محيطية في دائرة يساوي ٥٤° فأوجد قياس القوس المحصور بين ضلعيها

قياس القوس = ٢ × ٥٤ = ١٠٨°

**نتائج**

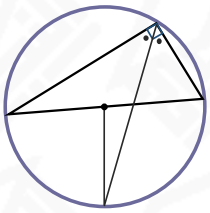
١- كل زاويتين محيطيتين في دائرة تحصران القوس نفسه متطابقتان

٢- كل زاوية محيطية في دائرة تحصر نصف دائرة تكون زاوية قائمة

٣- كل شكل رباعي دائري ( محاط بدائرة ) تكون زواياه المتقابلة متكاملة

٤- في الشكل الرباعي إذا تطابقت الزاويتان المرسومتان على أحد أضلاعه و في جهة واحدة منها كان الشكل رباعي دائري

**٤** اذا كان ق (أ ب ج) = ٣٠° أوجد ق (أ د ب)

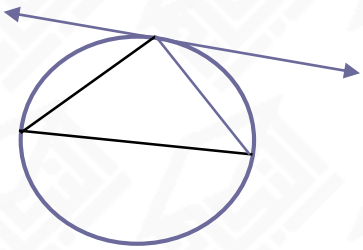


في ∆ أ ب جـ : ق (أ جـ ب) = ٩٠ - ٣٠ = ٦٠°

ق (ب أ)^ = ٢ × ٦٠ = ١٢٠°

ق (أ د ب)^ = $\frac{١}{٢}$ ق (أ ب)^ = $\frac{١}{٢}$ × ١٢٠ = ٦٠°

**٥** في الشكل المقابل (د هـ) مماساً للدائرة عند أ، ق (أ ب جـ) = ٣٥° , ق (هـ أ ب) = ٤٥° أوجد مع ذكر السبب:



➤ ق (ج أ ب)

ق (ب أ جـ) + ق ( أ جـ ب) + ق (جـ ب أ) = ١٨٠°

ق (ب أ جـ) = ١٨٠ - ق (أ جـ ب) - ق (جـ ب أ )

= ١٨٠ - ٤٥ - ٣٥ = ١٠°

➤ قياس القوس (أ ب)

قياس القوس (أب ) = ٢ × ق (أ جـ ب)^ = ٢ × ٤٥ = ٩٠°

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها

➤ قياس القوس (أ ج ب)

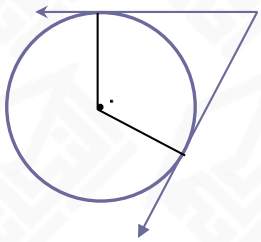
ق (أ جـ ب) = ٣٦٠ - ق (أ ب)

= ٣٦٠ - ٩٠ = ٢٧٠°



النجاح 2025-2024

**٧** في الشكل المقابل (ل م) ، (ن م) مماسان للدائرة التي مركزها و، ق (ن و ل) = ١٢٠° ، م ل = ٨ سم ، نق = ٤ سم أوجد مع ذكر السبب:



➤ ق (ل م ن)^ .

(ل م)^ مماس ، (ل و)^ نصف قطر التماس

ق (و ل م) = ٩٠° وبالمثل ق (و ن م) = ٩٠°

ل م ن و شكل رباعي

ق (ل م ن)^ = ٣٦٠ - ١٢٠ - ٩٠ - ٩٠ = ٦٠° (مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°)

م ل = م ن = ٨ سم (القطعتان المماستان لدائرة والمرسومتان من خارجها متطابقتان)

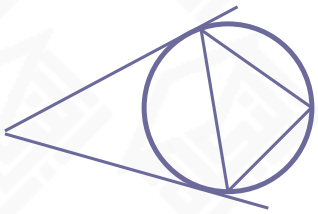
و ل = و ن = ٤ سم (انصاف اقطار الدائرة)

➤ محيط الشكل ل م ن و

محيط الشكل الرباعي ل م ن و = م ل + م ن + و ل + و ن

= ٨ + ٨ + ٤ + ٤ = ٢٤ سم محيط ل م ن و = ٢٤ سم

**٨** في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، (ب أ) ، (جـ أ) قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب ق (أ) = ٤٠° ، أ جـ = ٦ سم ، أوجد



➤ أ ب

أ ب ، أ جـ مماستان للدائرة

أ جـ = أ ب ، أ ب = ٦ سم

المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين

ق (ب جـ أ) = (جـ ب أ) (مجموع قياسات زوايا المثلث الثلاث = ١٨٠° )

➤ ق (أ جـ ب)^

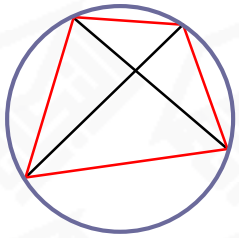
ق (أ جـ ب) = (أ ب جـ) = (١٨٠ - ٤٠) ÷ ٢ = ٧٠°

الزاوية أ جـ ب مماسيه, جـ هـ ب محيطية مشتركتان بنفس القوس

➤ ق (جـ هـ ب)^

ق (أ جـ ب) = ق (جـ هـ ب) = ٧٠°

**٩** أثبت ان ق (أ د ب) = ق (أ ج ب)

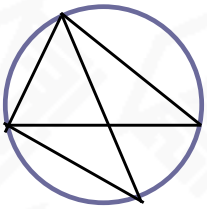


أ د ب زاويه محيطه ق (أ د ب) = $\frac{1}{2}$ ق(ب أ) ← ١

أ ج ب زاوية محيطه ق (أ ج ب) = $\frac{1}{2}$ ق(ب أ) ← ٢

من ١) و ٢) ينتج أن ق (أ د ب) = ق (أ ج ب)

**١٠** في الشكل المقابل: دائرة مركزها و , اذا كان ق (أ ب جـ) = ٥٠°
أوجد كلا مما يلي مع ذكر السبب:



➤ ق (ب جـ أ)

(أ جـ ب) محيطية تحصر نصف الدائرة ، (أ جـ ب) قائمة

(ب جـ أ) = ٩٠°

➤ ق (ج أ ب)

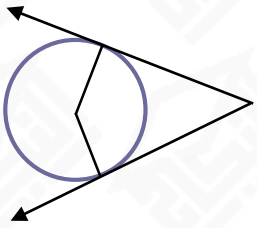
ق (ب أ جـ) = ١٨٠ – ( ٩٠ + ٥٠ ) = ٤٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية يساوي ١٨٠°)

➤ ق (ج د ب)

(ج أ ب) , (ب د ج) زاويتان محيطيتان مرسومتان على (ب ج)

ق (ج أ ب) = ق (ج د ب) = ٤٠°

**١١** في الشكل المقابل دائرة مركزها و , (أ ب) , (أ ج) مماسان للدائرة عند ب , جـ
أ ب= ٤ سم , و ب = ٣ سم , ق (ب أ ج) = ٧٤°



➤ ق (أ ب و)

(ب أ) مماس للدائرة عند ب , (ب و) نصف قطر التماس

ق (أ ب و) = ٩٠° (نظرية)

(أ جـ) مماس للدائرة عند جـ , وجـ نصف قطر التماس

ق (أ ب و) = ٩٠° (نظرية)



النجاح 2025-2024

لطلب

# المذكرة الكاملة

66279318